

MAT302 REEL ANALİZ
DÖNEM SONU SINAVI SORULARI

28.05.2012

1) $m(A) < \infty$ olmak üzere; φ fonksiyonu A da tanımlı bir basit fonksiyon olsun.

a) φ fonksiyonu A da Lebesgue ölçülebilir midir? Neden?

b) A kümesinde hemen hemen her yerde $\varphi(x) \geq 0$ ise $\int_A \varphi \geq 0$ olduğunu gösteriniz.

2) a) $m(A) < \infty$ olmak üzere; f fonksiyonu A da Lebesgue ölçülebilir ve sınırlı bir fonksiyon ise f nin A daki Lebesgue integrali nasıl tanımlanır, yazınız.

b) Monoton yakınsaklık teoremini ifade ediniz.

3) a) $f(x) = 3 \cdot \chi_{[0,1]}(x) + 4 \cdot \chi_{\{1\}} - 2 \cdot \chi_{(1,2]}(x)$ olmak üzere; $\int_{[0,2]} f = ?$

b) C Cantor kümesi ve $f(x) = \begin{cases} x & ; x \in [0,1] - C \\ \cos x & ; x \in [0,1] \cap C \end{cases}$ olmak üzere; $\int_{[0,1]} f = ?$

4) a) $f(x) = \begin{cases} -x^{-1/2} & ; 0 < x \leq 1 \\ x^{-2} & ; x > 1 \end{cases}$ olmak üzere f^+ , f^- fonksiyonlarını yazınız ve bu

fonksiyonlar yardımıyla f fonksiyonunun $(0, \infty)$ aralığında Lebesgue integrallenebilir

olup olmadığını inceleyiniz, eğer integrallenebilir ise $\int_{(0,\infty)} f = ?$

b) Lebesgue Yakınsaklık Teoreminden yararlanarak; $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{[0,\infty)} e^{-nx} = ?$

ipucu: $g(x) = e^{-x}$

1.soru	2.soru	3.soru	4.soru
30 puan	20 puan	20 puan	30 puan

Başarılar! Süre 90 dakikadır.
Yrd. Doç. Dr. Gülay İ. Telsiz K.