

MAT313 METRİK UZAYLAR
YARIYIL SONU SINAVI SORULARI

18.08.2017

1) \mathbb{R} kümesi üzerinde d_a ayrık metrik tanımlayalım. (\mathbb{R}, d_a) ayrık metrik uzayında $\{x_n\} = \left\{ \frac{1}{n} \right\}$

dizisi 0'a yakınsak mıdır? Neden?

2) \mathbb{R}^3 kümesi $x = (x_1, x_2, x_3)$, $y = (y_1, y_2, y_3) \in \mathbb{R}^3$ için $d(x, y) = |x_1 - y_1| + |x_2 - y_2| + |x_3 - y_3|$ biçiminde tanımlanan d metriği ile bir metrik uzaydır. Bu (\mathbb{R}^3, d) metrik uzayının "tam" olduğunu gösteriniz.

3) \mathbb{R} alışılmış metrik uzayında; $A = (-\infty, -1]$ aralığını ele alalım.

a) A kümesinin sınırlı olmadığı için kompakt olmadığını biliyoruz. Demek ki bazı açık örtülerinin sonlu alt örtüsü yoktur. Böyle bir açık örtüsünü yazınız.

b) Dizisel Kompaktlığın tanımını yazınız.

c) Metrik Uzaylarda; Kompakt \Leftrightarrow Ön kompakt ve

4) a) (X, d) bir metrik uzay, $E_1, E_2 \subset X$ iki alt kümesi olsun. E_1 ve E_2 kümeleri kompakt ise $E_1 \cup E_2$ kümesinin de kompakt olduğunu ispatlayınız.

İspat: $\{O_i : i \in I\}$, $E_1 \cup E_2$ kümesinin herhangi bir açık örtüsü olsun

b) Homeomorfizm teoremindeki boşlukları doldurunuz:

" X, Y iki metrik uzay, $f : X \rightarrow Y$ bir fonksiyon olmak üzere f fonksiyonunun tersi var olsun (yani f birebir ve örten olsun). Bu durumda f fonksiyonu ve X ise $f^{-1} : Y \rightarrow X$ ters fonksiyonu da"

5) a) (X, d) bir metrik uzay ve $a, b \in X$ olmak üzere "a'dan b'ye bir yol" ne demektir, tanımını yazınız.

b) \mathbb{R}^2 Euclid metrik uzayında, $E = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{Z} \}$ alt kümesi bağlantılı mıdır? Yol bağlantılı mıdır? Neden?

1	2	3	4	5
10	30	20	20	20

Başarılar dilerim...

Yrd. Doç. Dr. Gülay İlonca Telsiz Kayaoğlu