MAT313 METRİK UZAYLAR _10.08.2015_

YAZ ÖĞRETİMİ

DÖNEM SONU SINAVI SORULARI

_1)_ _(X,d) bir metrik uzay, $A,B\subseteq X$ olsun. A açık küme ise ve $A\cap B=\varnothing$ ise $A\cap B'=\varnothing$ olduğunu ispatlayınız._

_2) a)_ _$\mathbb{R}^2$ kümesi $x=(x_1,x_2)$, $y=(y_1,y_2)\in\mathbb{R}^2$ için $d(x,y)=|x_1-y_1|+|x_2-y_2|$ biçiminde tanımlanan d metriği ile bir metrik uzaydır. Bu metrik uzayın "tam" olduğunu gösteriniz._

_b)_ _Bilindiği gibi her (X,d) metrik uzayı için öyle bir $(\hat{X},\hat{d})$ tam metrik uzayı ve öyle bir $T:X\to\hat{X}$ izometrik tasviri vardır ki $\overline{T(X)}=\hat{X}$ dır. Bu teoremdeki $\hat{X}$ kümesi nasıl tanımlanmaktadır? (Hangi kümenin, hangi denklik bağıntısına göre denklik sınıflarının kümesidir)_

_3)_ _$\mathbb{R}$ alışılmış (standart) metrik uzayında; $A=[-1,0)\cup[1,2)$ kümesini ele alalım._

_a)_ _A kümesinin kapalı olmadığı için kompakt olmadığını biliyoruz. Demek ki bazı açık örtülerinin sonlu alt örtüsü yoktur. Böyle bir açık örtüsünü yazınız._

_b)_ _A kümesinin dizisel kompaktlık tanımını sağlamadığını gösteriniz._

_4) a)_ _(X,d) bir metrik uzay olmak üzere, her <u>sonlu</u> $E=\{x_1,x_2,...,x_n\}$ alt kümesinin kompakt olduğunu ispatlayınız._

_b)_ _X,Y iki metrik uzay, $f:X\to Y$ sürekli bir fonksiyon olmak üzere f fonksiyonunun tersi f^{-1} var olsun. X kompakt ise $f^{-1}:Y\to X$ ters fonksiyonunun da sürekli olduğunu ispatlayınız. (Homeomorfizm teoremi)_

_5)_ _$\mathbb{R}^2$ alışılmış (Euclid) metrik uzayında; kümesini ele alalım:_

_a)_ _$E=\{(x,y):y=x^3\}-\{(0,0)\}$ kümesinin bağlantısız olduğunu gösteriniz._

_b)_ _$F=\{(x,y):x^2+y^2\le 1\}-\{(0,0)\}$ kümesi yol bağlantılı mıdır? Bağlantılı mıdır? Neden?_

Süre: 90 dakikadır, başarılar. _Yrd. Doç. Dr. Gülay İ. Telsiz Kayaoğlu_

1.soru	2.soru	3.soru	4.soru	5.soru
10 puan	30 puan	15 puan	30 puan	15 puan