

1) \mathbb{R}^2 kümesi üzerinde tanımlan aşağıdaki d_1 ve d_2 fonksiyonlarının metrik tanımlayıp tanımlamadığını inceleyiniz: $x = (x_1, x_2), y = (y_1, y_2) \in \mathbb{R}^2$ olmak üzere $d_1(x, y) = |x_2 - y_2|$

ve $d_2(x, y) = \left(|x_1 - y_1|^3 + |x_2 - y_2|^3 \right)^{1/3}$

2) \mathbb{R}^2 Euclid metrik uzayında $Y = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < x < 2, y = 1\}$ alt kümesini ele alalım:

- a) Y kümesinin içini (Y°), yığılma noktalarının kümesini (Y'), kapanışını (\bar{Y}), sınırını (∂Y) bulunuz, çapını (δY) bulunuz.
- b) Bulduğunuz sonuçlara göre Y kümesi açık küme midir? Kapalı küme midir? Sınırlı küme midir? Nedenleriyle yazınız.
- c) (Y, d) alt metrik uzayında, $a = (1, 1)$ merkezli $r = 1$ yarıçaplı açık yuvarı yani $B_Y(a; r)$ kümesini yazınız.

3) $X \neq \emptyset$ herhangi bir küme olmak üzere, bu küme üzerinde $d_a(x, y) = \begin{cases} 0, & x = y \\ 1, & x \neq y \end{cases}$ biçiminde tanımlanan ayrık metriği ele alalım. $A \subseteq X$ boş olmayan herhangi bir alt kümesi olsun. Bu durumda;

- a) A kümesinin açık küme olduğunu gösteriniz.
- b) A kümesinin yığılma noktalarının kümesinin $A' = \emptyset$ olduğunu gösteriniz.

4) a) Ayrılabilir metrik uzayın tanımını yazınız. Bir örnek veriniz.

b) (X, d) ve (Y, d') iki metrik uzay, $f : X \rightarrow Y$ bir fonksiyon (dönüşüm) ve $x_0 \in X$ olsun.

Her için aşağıdaki koşul sağlayan bir varsa f fonksiyonu $x_0 \in X$

noktasında süreklidir denir: $f(B(\dots, \dots)) \subseteq \dots$

5) $d(f, g) = \sup\{|f(x) - g(x)| : 0 \leq x \leq 1\}$ olmak üzere $(C[0, 1], d)$ metrik uzayında, $x \in [0, 1]$ ve

$n \in \mathbb{N}$ için $f_n(x) = \frac{x}{n}$ biçiminde tanımlanan $\{f_n\}$ fonksiyon dizisi ve $f(x) \equiv 0$ fonksiyonu

veriliyor. $d(f_n, f) = ?$ ve bu uzaklık yardımıyla $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n = f$ olup olmadığını bulunuz.

1.soru	2.soru	3.soru	4.soru	5.soru
15 puan	30 puan	25 puan	20 puan	10 puan