

ARA SINAV SORULARI

1) Aşağıdaki (X, d) ikililerinin birer metrik uzay tanımlayıp tanımlamadığını inceleyiniz:

a) $X = \mathbb{R}$ ve $x, y \in \mathbb{R}$ için $d(x, y) = \max\{1, |x - y|\}$

b) $X = \ell^p$ ve $x = \{x_k\}, y = \{y_k\} \in \ell^p$ için $d(x, y) = \left(\sum_{k=1}^{\infty} |x_k - y_k|^p \right)^{1/p}$

2) \mathbb{R}^2 alışılmış (Euclid) metrik uzayının $Y = \{(x, y) : x \in \mathbb{Z}, y \in \mathbb{R}\}$ alt kümesini ele alalım:

a) Y alt kümesinin içini (Y°), yığılma noktalarının kümesini (Y'), kapanışını (\bar{Y}) ve sınırını (∂Y) bulunuz.

b) Y kümesi \mathbb{R}^2 nin açık alt kümesi midir? Neden? Kapalı alt kümesi midir? Neden?

c) Y alt metrik uzayında $a = (1, 1)$ merkezli $r = 1$ yarıçaplı $B_Y(a; r)$ açık yuvarını bulunuz.

3) (X, d) bir metrik uzay, $A, B \subseteq X$ olsun.

a) A ve B kümeleri açık kümeler ise $A \cup B$ kümesinin de bir açık küme olduğunu gösteriniz

b) $(A \cap B)' \subseteq A' \cap B'$ olduğunu ispatlayınız

c) $\overline{(A \cap B)} \neq \bar{A} \cap \bar{B}$ olabileceğini bir örnekle gösteriniz.

4) Aşağıdaki teoremdeki boşlukları doldurunuz:

(X, d) ve (Y, \tilde{d}) iki metrik uzay, $f : X \rightarrow Y$ bir fonksiyon olsun.

f fonksiyonunun sürekli olması için gerek ve yeter koşul Y nin alt kümelerinin X in alt kümesi olmasıdır.

5) \mathbb{R} kümesi üzerinde d_a ayrık metrik tanımlayalım:

a) (\mathbb{R}, d_a) ayrık metrik uzayı “ayrılabilir” bir metrik uzay mıdır? Neden?

b) (\mathbb{R}, d_a) ayrık metrik uzayında $\{x_n\} = \left\{ \frac{1}{n} \right\}$ dizisi $x = 0$ elemanına yakınsak mıdır? Neden?

1.soru	2.soru	3.soru	4.soru	5.soru
25 puan	25 puan	25 puan	10 puan	15 puan

Başarılar :)

Yrd. Doç. Dr. Gülay İlona Telsiz Kayaoğlu