

HEDEF PROGRAMLAMA

Doç. Dr. İhsan KAYA
YTU Endüstri Mühendisliği Bölümü

Hedef Programlama

- Hedef programlama yaklaşımında, sistemlerin birden fazla ve genellikle birbiriyle çatışan hedeflerinin olması durumu söz konusudur.
- Örneğin; bir işletmede üretim oranının belirli bir etkinlik seviyesinin üstünde olması arzu edilirken, işçi ve makine sayısının daha az bir seviye düşürülmesi istenebilir.
- Bu şekilde birbiriyle çakışabilen hedefleri optimal bir şekilde gerçekleştiren bir çözüm elde etmek mümkün olmayabilir.
- Bunun yerine hedeflerin ağırlıklarına veya önceliklerine uygun bir çözüm arayışına gidilebilir.

Hedef Programlama

Hedef programlamada temel düşünce; bütün hedefleri tek bir hedefe dönüştürmektir.

Sonuçta elde edilen çözüm birbiriyle çatışan hedefler için optimal olmayabilmektedir.

Ancak, bu teknik problemin geneli için “etkin çözüm” olarak adlandırılan en iyi çözümün elde edilmesini sağlar.

Hedef Programlama-Doç. Dr. İhsan KAYA

Hedef Programlama

❖ Herhangi bir problemin formülasyonun da mümkün olduğu kadar sağlanması gereken ve geçici olabilmekle birlikte kesin olarak belirlenen ihtiyaca *hedef* denir.

❖ **Hedef programlama ise;** göreceli önem derecesine göre ağırlıklandırılan birçok hedeften negatif, pozitif veya her iki yöndeki sapmaları eş zamanlı olarak minimize etmeyi amaçlayan bir çok amaçlı doğrusal programlama çözüm tekniğidir.

Hedef Programlama-Doç. Dr. İhsan KAYA

Hedef Programlama Modeli

$$\begin{aligned} \text{Min } z = & d_1^- + d_1^+ + d_2^- + d_2^+ \dots d_m^- + d_m^+ \\ & a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n + d_1^- - d_1^+ = T_1 \\ & a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n + d_2^- - d_2^+ = T_2 \\ & a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n + d_m^- - d_m^+ = T_m \\ & x_j \geq 0 \quad (j=1, 2, \dots, n) \\ & d_i^-, d_i^+ \geq 0 \quad (i=1, 2, \dots, m) \end{aligned}$$

T_i = inci hedefin değerini

d_i^- = inci hedeften negatif yöndeki sapma miktarını

d_i^+ = inci hedeften pozitif yöndeki sapma miktarını

Hedef Programlama-Doç. Dr. İhsan KAYA

Hedef Programlama Modeli

❖ Hedef programlama modelinin genel yapısındaki amaç fonksiyonunda yapılacak bazı değişikliklere göre, hedef programlama aşağıdaki şekilde iki gruba ayrılır.

1. Önceliksiz (ağırlıklı) hedef programlama.
2. Öncelikli hedef programlama.

Hedef Programlama-Doç. Dr. İhsan KAYA

Önceliksiz Hedef Programlama

❖ *Ağırlıklı hedef programlama* olarak da bilinen **önceliksiz hedef programlamada** her hedef için bir ağırlık belirlenerek bu ağırlıklara göre amaç fonksiyonu oluşturulur. m adet hedeften oluşan bir hedef programlama probleminin *inci* hedefi;

Min G_j ($j= 1, 2, \dots, m$) ise;

$$\text{Min } z = w_1 G_1 + w_2 G_2 + \dots + w_m G_m$$

Hedef Programlama-Doç. Dr. İhsan KAYA



Örnek: Bir otomobil firması yeni ürettiği bir model için televizyonda reklam yayınlamayı planlamaktadır. Otomobil firmasının reklam şirketine bildirdiği hedefler aşağıda sıralanmıştır.

1. Reklamı en az 40 milyon yüksek gelirli izlemelidir. (YG hedefi)
2. Reklamı en az 60 milyon orta gelirli izlemelidir. (OG hedefi)
3. Reklamı en az 35 milyon düşük gelirli izlemelidir. (DG hedefi)

Reklam şirketi futbol maçı veya sinema arasında reklam düzenleyecektir. Otomobil şirketinin reklam bütçesi ise en fazla 600 birimdir. Reklamın kuşaklara göre bir dakikasının maliyeti ve dakikada ulaşılabilecek izleyici sayısı **Tabloda** verilmiştir. Bu verilere göre ve yukarıdaki üç hedefi dikkate alacak şekilde reklam planlaması yapılacaktır.

Hedef Programlama-Doç. Dr. İhsan KAYA



Tablo Reklam Şirketi Problemi Verileri

	İzleyici Sayısı (milyon kişi/dk.)			Maliyet (birim / dk.)
	YG	OG	DG	
Futbol	7	10	5	100
Sinema	3	5	4	60

Hedef Programlama-Doç. Dr. İhsan KAYA

Min (veya Maks) $z =$ $0 x_1 + 0 x_2$ (veya herhangi bir amaç fonksiyonu)

$$7 x_1 + 3 x_2 \geq 40 \quad (\text{YG kısıtı})$$

$$10 x_1 + 5 x_2 \geq 60 \quad (\text{OG kısıtı})$$

$$5 x_1 + 4 x_2 \geq 35 \quad (\text{DG kısıtı})$$

$$100 x_1 + 60 x_2 \leq 600 \quad (\text{Bütçe Kısıtı})$$

$$x_1, \quad x_2 \geq 0$$

Hedef Programlama-Doç. Dr. İhsan KAYA

1. Reklamı izlemeyen 40 milyonun altındaki her 1 milyon (YG) için, firmanın satış gelirlerinde 200 birim kayıp ortaya çıkmaktadır.

2. Reklamı izlemeyen 60 milyonun altındaki her 1 milyon (OG) için, firmanın satış gelirlerinde 100 birim kayıp ortaya çıkmaktadır.

3. Reklamı izlemeyen 35 milyonun altındaki her 1 milyon (DG) için, firmanın satış gelirlerinde 50 birim kayıp ortaya çıkmaktadır.

Hedef Programlama-Doç. Dr. İhsan KAYA

$d_i^- = i$ nci hedeften eksik olan miktar (negatif yöndeki sapma miktarı) ($i=1, 2, 3$)

$d_i^+ = i$ nci hedeften fazla olan miktar (pozitif yöndeki sapma miktarı) ($i=1, 2, 3$)

$$7x_1 + 3x_2 + d_1^- - d_1^+ = 40 \quad (\text{YG kısıtı})$$

$$10x_1 + 5x_2 + d_2^- - d_2^+ = 60 \quad (\text{OG kısıtı})$$

$$5x_1 + 4x_2 + d_3^- - d_3^+ = 35 \quad (\text{DG kısıtı})$$

Hedef Programlama-Doç. Dr. İhsan KAYA

$$\text{Min } z = 200 d_1^- + 100 d_2^- + 50 d_3^- \quad (\text{Amaç fonksiyonu})$$

$$7 x_1 + 3 x_2 + d_1^- - d_1^+ = 40 \quad (\text{YG kısıtı})$$

$$10 x_1 + 5 x_2 + d_2^- - d_2^+ = 60 \quad (\text{OG kısıtı})$$

$$5 x_1 + 4 x_2 + d_3^- - d_3^+ = 35 \quad (\text{DG kısıtı})$$

$$100 x_1 + 60 x_2 \leq 600 \quad (\text{Bütçe Kısıtı})$$

$$x_j, d_i^-, d_i^+ \geq 0 \quad (j=1,2) \quad (i=1,2,3)$$

Hedef Programlama-Doç. Dr. İhsan KAYA

Optimal Çözüm:

- ❖ Bu modelin optimal çözümü; $z=250$, $x_1=6$, $x_2=0$, $d_1^- = d_2^- = d_2^+ = d_3^+ = 0$ ve $d_1^+ = 2$, $d_3^- = 5$ bulunur.
- ❖ Bu sonuca göre reklam şirketi 6 dakikalık bir reklam hazırlamalı ve bunun tamamını maç arasında yayınlamalıdır.
- ❖ Bu yayın sonucunda; ($d_1^+ = 2$ olduğu için) $40+2=42$ milyon yüksek gelirli, ($d_2^- = d_2^+ = 0$ olduğu için) 60 milyon orta gelirli ve ($d_3^- = 5$ olduğu için) $35-5=30$ milyon düşük gelirli seyirciye ulaşılır.
- ❖ Ayrıca reklamlar otomobil firmasının hedeflediği miktardan daha az düşük gelirli insana ulaşacağından, firma $5(50)=250$ birim satış gelirlerinden kayba uğrar.
- ❖ Bu sonuca göre 1nci hedef fazlasıyla, 2nci hedef tam olarak karşılanır ancak, 3ncü hedef karşılanamaz.

Hedef Programlama-Doç. Dr. İhsan KAYA

$$\text{Min } z = 200 d_1^- + 100 d_2^- + 50d_3^- + d_4^+ \quad (\text{Amaç fonksiyonu})$$

$$7 x_1 + 3 x_2 + d_1^- - d_1^+ = 40 \quad (\text{YG kısıtı})$$

$$10 x_1 + 5 x_2 + d_2^- - d_2^+ = 60 \quad (\text{OG kısıtı})$$

$$5 x_1 + 4 x_2 + d_3^- - d_3^+ = 35 \quad (\text{DG kısıtı})$$

$$100 x_1 + 60 x_2 + d_4^- - d_4^+ = 600 \quad (\text{Bütçe Kısıtı})$$

$$x_j, d_i^-, d_i^+ \geq 0 \quad (j=1,2) \quad (i=1,2,3,4)$$

Hedef Programlama-Doç. Dr. İhsan KAYA

Optimal Çözüm:

- Reklam şirketi 7.66 dakikalık (7 dakika 40 saniyelik) bir reklam hazırlamalı,
- Bunun 4.33 dakikalık (4 dakika 20 saniyelik) kısmını maç arasında,
- 3.33 dakikalık (3 dakika 20 saniyelik) kısmını ise sinema arasında yayınlamalı,
- Bu yayın sonucunda; 40.33 milyon yüksek gelirli, 60 milyon orta gelirli ve 35 milyon düşük gelirli seyirciye ulaşılır.
- Firma, reklam bütçesini 33.33 birim artırmak suretiyle hedeflediği tüm seyirci kitlesine ulaşabilir.

Hedef Programlama-Doç. Dr. İhsan KAYA