MAT439 FONKSİYONEL ANALİZE GİRİŞ 16.01.2013

~ FİNAL SINAVI ~

1) **a)** *X, Y normlu uzaylar ve $T: X \to Y$ bir lineer operatör olsun. Bu durumda, T operatörü sınırlı ise bir $x_0 \in X$ noktasında süreklidir, ispatlayınız.*

b) *Bir X lineer uzayının cebirsel duali X^* ve bir X normlu uzayının duali X' nasıl tanımlanır? ℓ^1 normlu uzayının duali hangi uzaydır?*

2) *Paralelkenar özdeşliğinden yararlanarak $p \neq 2$ için ℓ^p normlu uzayının bir iç çarpım uzayı olmadığını gösteriniz. $x = \{x_k\} \in \ell^p$ için $\|x\| = \left(\sum_{k=1}^{\infty} |x_k|^p \right)^{1/p}$*

3) **a)** *Aşağıda verilen teoremdeki boşlukları doldurunuz:*
Y, bir X ....uzayının .... bir alt uzayı olsun. Bu durumda $X = \ldots\oplus\ldots$ olur.

b) *Bildiğiniz gibi "Riesz Teoremi", H bir Hilbert uzayı ve f, H üzerinde tanımlı bir sınırlı lineer fonksiyonel olmak üzere, her $x \in H$ için $f(x) = \langle x, z \rangle$ olacak şekilde tek bir $z \in H$ olduğunu ifade etmektedir. $\|f\| = \|z\|$ olduğunu gösteriniz.*

4) *X bir iç çarpım uzayı ve $A, B \subset X$ olsun, $A \perp B$ ise $A \cap B = \{\theta\}$ olduğunu gösteriniz. Burada θ, X in sıfır vektörünü göstermektedir.*

5) **a)** *$T: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ lineer operatörü, $x = (x_1, x_2, x_3)$ olmak üzere, $T(x) = (x_1 + 2x_2, x_2 + 3x_3, 4x_1)$ biçiminde tanımlanıyor. Bu durumda T nin T^* ile gösterilen ek operatörünü bulunuz.*

b) *H bir Hilbert uzayı ve $S, T: H \to H$ sınırlı lineer operatörler olsun, bu durumda $(S+T)^* = S^* + T^*$ olduğunu gösteriniz.*

SORU	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
PUAN	25	15	25	15	20

Başarılar dilerim...
Yrd. Doç. Dr. Gülay İlona Telsiz Kayaoğlu