MAT439 FONKSİYONEL ANALİZE GİRİŞ 05.12.2013

~ ARA SINAV ~

1) $C^1[0,1]$ *; kendisi ve birinci türevi sürekli* $x:[0,1]\to\mathbb{R}$ *fonksiyonlarının kümesi olmak üzere;* $x\in C^1[0,1]$ *için;*

$$\|x\|_* = |\,x(1)-x(0)\,| + \max\{\,|x'(t)| : 0\le t\le 1\,\}$$

biçiminde tanımlanan $\|\,.\,\|_* : C^1[0,1]\to\mathbb{R}$ *fonksiyonunun bir norm tanımlayıp tanımlamadığını inceleyiniz.*

2) $T:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ *bir lineer operatör olsun. Bu durumda boş kümeden faklı* $A=\{\,x\in\mathbb{R}\mid Tx\le 1\,\}$ *kümesinin konveks olup olmadığını inceleyiniz.*

3) *Bir* X *normlu uzayında* $\sum_{n=1}^{\infty} x_n$ *serisi veriliyor. Bu serinin "yakınsak" olması ne demektir? ve "mutlak yakınsak" olması ne demektir? Açıklayınız. Hangi durumda "mutlak yakınsak ise yakınsaktır" diyebiliyoruz?*

4) *Aşağıda verilen lemmadan da yararlanarak, sonlu boyutlu bir X lineer uzayı üzerinde tanımlanan herhangi iki* $\|\,.\,\|_1$, $\|\,.\,\|_2$ *normunun denk olduğunu gösteriniz.*

****Lemma:*** X *bir normlu uzay ve* $\{x_1,x_2,...,x_n\}$ *X de lineer bağımsız bir küme olsun. Bu durumda, her* $\alpha_1,\alpha_2,...,\alpha_n$ *skaleri için;*

$$c\,\left(|\alpha_1|+|\alpha_2|+...+|\alpha_n|\right)\le\|\,\alpha_1x_1+\alpha_2x_2+...+\alpha_nx_n\,\|$$

olacak şekilde bir $c>0$ *sabiti vardır.*

5) $C[-1,1]$ *;* $[-1,1]$ *kapalı aralığından reel sayılara tanımlı fonksiyonlarının kümesi olmak üzere;* $f:C[-1,1]\to\mathbb{R}$, $f(x)=\int_{-1}^{0}x(t)dt-\int_{0}^{1}x(t)dt$ *biçiminde tanımlanan fonksiyoneli*

ele alalım; ***a)*** *f nin lineer olduğunu gösteriniz?*

b) *f nin sınırlı olduğunu gösteriniz*

c) *f fonksiyoneli sürekli midir? Neden?*

($x\in C[-1,1]$ *için norm* $\|x\|=\max\{\,|\,x(t)\,|:-1\le t\le 1\,\}$)

SORU	***1***	***2***	***3***	***4***	***5***
PUAN	*20*	*15*	*15*	*20*	*30*

Başarılar dilerim...

Yrd. Doç. Dr. Gülay İ. Telsiz K.