MAT439 FONKSİYONEL ANALİZE GİRİŞ 03.12.2012

~ ARA SINAV ~

1) $X = C[0,1]$ *olmak üzere;*

a) $A = \{ f \in C[0,1] : f(0) = f(1)\}$ *alt kümesi* X *lineer uzayının bir alt uzayı mıdır?*

b) $B = \{ f \in C[0,1] : | f(t) | < 1\}$ *alt kümesi konveks küme midir?*

c) *Bir lineer uzayın alt uzayı her zaman konveks küme midir? Neden?*

2) $X = \mathbb{R}^3$ *olmak üzere;*

a) $x = (x_1, x_2, x_3)$ *için* $\|x\|_* = 2|x_1| + \min\{|x_2|, |x_3|\}$ *biçiminde tanımlanan* $\|.\|_* : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ *fonksiyonunun bir norm olup olmadığını inceleyiniz.*

b) $x = (x_1, x_2, x_3)$ *için* $\|x\|_1 = |x_1| + |x_2| + |x_3|$ *ve* $\|x\|_\infty = \max\{|x_1|, |x_2|, |x_3|\}$ *biçiminde tanımlanan* $\|.\|_1$ *ve* $\|.\|_\infty$ *normlarının birbirine denk olduklarını gösteriniz.*

3) $x = \{x_k\} \in \ell^\infty$ *için* $\|x\| = \sup_k |x_k|$ *olmak üzere* $\left(\ell^\infty, \|.\|\right)$ *normlu uzayını ele alalım. Bu normlu uzayda,* $x_1 = \{1, 0, 0, 0, ...\}$, $x_2 = \left\{0, \frac{1}{2^3}, 0, ...\right\}$, $x_n = \left\{0, 0, ..., \underset{n.terim}{\frac{1}{n^3}}, 0, ...\right\}$,...

biçiminde tanımlanmak üzere $\sum_{n=1}^{\infty} x_n$ *serisinin "mutlak yakınsak" olduğunu gösteriniz.*

Bu durumda neye dayanarak bu seri yakınsaktır diyebiliyoruz?

4) *Sonlu boyutlu normlu uzaylar ile ilgili aşağıda verilen teoremlerdeki boşlukları doldurunuz:*

a) X *bir normlu uzay ve* $Y \subseteq X$ *sonlu boyutlu bir alt uzayı ise* Y ....

b) X *sonlu boyutlu bir lineer uzay olmak üzere* X *üzerinde tanımlı herhangi iki norm* ....

5) X, Y *lineer uzaylar ,* $T : X \to Y$ *bir lineer operatör ve* $\dim X = n < \infty$ *olsun. Bu durumda* $R(T) = \{ Tx : x \in X \}$ *biçiminde tanımlanan görüntü kümesi için* $\dim R(T) \leq n$ *olduğunu gösteriniz.*

SORU	1	2	3	4	5
PUAN	25	25	20	10	20

Başarılar dilerim...

Yrd. Doç. Dr. Gülay İlona Telsiz Kayaoğlu