

**SOYUT MATEMATİK I**  
**YARIYIL SONU SINAVI SORULARI**

- 1)  $X$  ve  $Y$  iki küme ve  $f : X \rightarrow Y$  bir fonksiyon olsun. Bu durumda aşağıdakileri kanıtlayınız:
- a) Herhangi iki  $B_1, B_2 \subseteq Y$  alt kümeleri için  $f^{-1}(B_1 \cap B_2) = f^{-1}(B_1) \cap f^{-1}(B_2)$  olduğunu gösteriniz. (Not:  $f^{-1}(B_1)$  ve  $f^{-1}(B_2)$  kümeleri  $B_1$  ve  $B_2$  kümelerinin  $f$  fonksiyonu altındaki ters görüntüleridir)
- b)  $f$  fonksiyonu birebir ise her  $A \subseteq X$  için  $f^{-1}(f(A)) = A$  dır.
- 2)  $X$  ve  $Y$  iki küme ve  $f : X \rightarrow Y$  bir fonksiyon olsun. Bu durumda aşağıdakileri kanıtlayınız:
- a)  $f$  fonksiyonunun ters fonksiyonu  $f^{-1}$  varsa tektir.
- c)  $g : Y \rightarrow Z$  bir fonksiyon olmak üzere  $g \circ f : X \rightarrow Z$  bileşke fonksiyonu örten ise  $g$  fonksiyonu da örtendir.
- 3) a)  $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$  kümesi üzerinde  $(x_1, x_2)\beta(y_1, y_2) \Leftrightarrow x_1y_2 = x_2y_1$  biçiminde tanımlanan  $\beta$  bağıntısının bir denklik bağıntısı olup olmadığını inceleyiniz. Denklik bağıntısı ise  $(1,1), (1,2), (5,5) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$  elemanlarının  $\beta$  bağıntısına göre denklik sınıflarını bulunuz.
- b)  $\beta$ ,  $A$  kümesi üzerinde bir denklik bağıntısı olsun.  $[a]_\beta \neq [b]_\beta$  ise  $[a]_\beta \cap [b]_\beta = \emptyset$  olduğunu gösteriniz.
- 4)  $A = \{a, b, c, d, e\}$  kümesi üzerinde tanımlı  $\beta$  bağıntısı aşağıdaki biçimde veriliyor;
- $$\beta = \{(a, a), (a, d), (a, c), (a, e), (b, b), (b, c), (b, e), (c, c), (c, e), (d, d), (d, e), (e, e)\}$$
- a)  $\beta$  bağıntısının bir sıralama bağıntısı olduğunu gösteriniz.
- b)  $\beta$  bağıntısı bir tam sıralama bağıntısı mıdır? Neden?
- b)  $A$  kümesinin  $\beta$  bağıntısına göre varsa ilk ve son elemanlarını, minimal ve maksimal elemanlarını bulunuz.
- 5) Biliyoruz ki  $\mathbb{R}$  kümesi üzerinde  $x\beta y \Leftrightarrow x \leq y$  biçiminde tanımlanan  $\beta$  bağıntısı bir sıralama bağıntısıdır. Bu durumda  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 < 2\} \subset \mathbb{R}$  alt kümesinin alt sınırlarını, üst sınırlarını ve en büyük alt sınırını (infB), en küçük üst sınırını bulunuz (supB).